10. Übung Informatik I

Marcus Rickert

30. Dezember 1995

Aufgabe 1

Vorbemerkung

Es tut mir zwar sehr leid, aber ich verstehe schon wieder ein Teil der Aufgabenstellung nicht. Ich weiß nicht, was mit dem Ausdruck *der konvexen Hülle nach oben folgen* gemeint ist. In meinem Algorithmus berechne ich das minimale und maximale Kathetenverhältnis des neuen einzufügenden Punktes mit allen schon in der komplexen Hülle vorhanden Punkten und erhalte somit die obere (Maximum) und die untere Tangente (Minimum). Dieses Verfahren funktioniert aber auch schon, wenn die 'komplexe Hülle' nur aus einem Punkt besteht. Ich vestehe daher auch nicht die Einschränkung, daß $4 \leq i \leq n$ sein soll.

Datenstruktur

Zum Abspeichern der Daten benutze ich ein Feld *punkte*, wo jeder Eintrag ein Punkt darstellt. Er enhält jeweils Informationen über:

- die Koordinaten des Punktes (x und y),
- die Nummer des im Uhrzeigersinn rechts liegenden nächsten Punktes der Hülle (*naechster*).

Algorithmus

PROCEDURE finde_tangenten (tang_oben,tang_unten,pkt_nr)

BEGIN

$min\_winkel := MAX\_Y + 1$ größtmögliches Kathetenverhältnis

$max\_winkel := -min\_winkel$

$i := 1$ 1. Punkt ist auf jeden Fall in der Hülle

REPEAT

BEGIN

$w := \frac{punkte[i].y - punkte[pkt\_nr].y}{punkte[pkt\_nr].x - punkte[i].x}$ negatives Kathetenverhältnis

IF $w > max\_winkel$

BEGIN

$max\_winkel := w$

$tang\_oben := i$ bisher größter Winkel

END

IF $w < min\_winkel$

BEGIN

$min\_winkel := w$

$tang\_unten := i$ bisher kleinster Winkel

END

$i := punkte[i].naechster$ nächster Punkt in der Hülle

END

UNTIL $i = 1$ wieder am Ausgangspunkt

END

Aufgabe 2

Erläuterungen

Das Verfahren basiert darauf, das am Anfang die konvexe Hülle nur aus dem äußerst linken Punkt besteht. Dann werden der Reihe nach die Punkte in die Hüelle eingefügt. Da die x-Koordinaten aufsteigend sortiert sind, ist der jeweils neue Punkt *immer* Element der Hülle. Es kann jedoch vorkommen, daß alte Elemente der Hülle aus ihr gelöscht werden müssen. Diese sind dadurch gekennzeichnt, daß sie rechts von der Geraden vom unteren Berührpunkt in Richtung des oberen Berührpunktes liegen. Element der Geraden können sie nicht sein wegen der Globalvorraussetzung, daß keine drei Punkte kolinear sind. Also müssen alle Punkte aus der Hülle gelöscht werden, die im Uhrzeigersinn zwischen dem oberen Berührpunkt und dem unteren liegen. Dies kann durch einfaches Umsetzen der Nachfolger-Nummern erledigt werden.

Algoritmus

PROCEDURE berechne_huelle
    BEGIN
    $punkte[1].naechster := 1$ erster Punkt hat sich selbst als Nachfolger
    FOR $i := 2$ **TO** n
        BEGIN
        $finde\_tangenten(tang\_oben, tang\_unten, i)$
        $punkte[tang\_oben].naechster := i$ verbinde oberen Punkt mit neuem
        $punkte[i].naechster := tang\_unten$ verbinden neuen Punkt mit unterem
        END
    END

Aufgabe 3

Siehe Listung *INFO10.PAS*.

Aufgabe 4

Sei n die Anzahl der Punkte. Dann benötigt man zum Berechnen der beiden Tangenten im ungünstigsten Fall n Durchläufe, da alle Punkte Element der Hülle sein können. Alles in allem müssen n Punkte eingefügt werden, so daß die Laufzeit insgesamt bei $O(n^2)$ liegt.

Es wäre villeicht zu bemerken, daß bei ungefähr gleichmäßig verteilten Punkten nur $\sqrt{n}$ Punkte auf der konvexen Hülle liegen und der Rest innen. Da die innere Schleife, nur die Punkte berücksichtigt, die Element der Hülle sind, wird wahrscheinlich die Laufzeit eher bei $O(n^{\frac{3}{2}})$ liegen.